

Lösningförslag till tentamen i TSIU61 Reglerteknik

Tentamensdatum: 2020-01-09

Inger Erlander Klein

1. (a)

$$(i) : \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad \text{Poler: } s = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$(ii) : \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 2} \quad \text{Poler: } s = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i$$

$$(iii) : \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad \text{Poler: } s = -1 \text{ (Dubbelpol)}$$

$$(iv) : \quad G(s) = \frac{1}{2s^2 + s + 1} \quad \text{Poler: } s = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{4}i$$

Utgående från dessa resultat kan följande slutsatser dras:

- C ↔ (iii) eftersom systemet har reella poler (och saknar nollställen) vilket ger ett stegsvar utan översläng.
- A ↔ (ii) eftersom (ii) är det enda systemet som har statisk förstärkning 0.5.
- B ↔ (iv) och D ↔ (i) eftersom (iv) är sämre dämpat än (i).

Svar: C - (iii), A - (ii), B - (iv), D - (i)

(b) Genom att multiplicera upp nämnaren får vi:

$$Y(s)(s^2 + 4s + 3) = (s + 2)U(s) \Leftrightarrow s^2Y(s) + 4sY(s) + 3Y(s) = sU(s) + 2U(s)$$

Invers Laplace ger

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = \dot{u}(t) + 2u(t)$$

2. (a) En sinusformad insignal ger en sinusformad utsignal enligt sambandet att $u(t) = \sin(\omega t)$ ger $y(t) = |G(i\omega)| \sin(\omega t + \phi)$ där $\phi = \arg G(i\omega)$. Periodtiden hos signalerna kan avläsas i figuren till ca $T = 3.1$ sek, vilket medför att vinkelfrekvensen är $\omega = \frac{2\pi}{3.1} = 2.03 \approx 2$ rad/s. Utsignalen y ligger efter insignalen u med ca 0.25 sek, vilket ger $\phi = -2 \cdot 0.25 = -0.5$ rad.

Med den givna överföringsfunktionen fås

$$y(t) = \left| \frac{b}{a + 2i} \right| \cdot \sin(2t + \phi)$$

a kan b bestämmas från ekvationerna

$$\left| \frac{b}{a + 2i} \right| = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + 4}} = 0.55, \quad b \geq 0$$
$$\arg\left(\frac{b}{a + 2i}\right) = \arctan\left(-\frac{2}{a}\right) = -0.5 \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{2}{\tan(\frac{1}{2})} = 3.66.$$

Slutligen,

$$b = 0.55 \cdot \sqrt{a^2 + 4} = 2.29$$

Svar: $a = 3.66, b = 2.29$.

(b) **Svar:**

- Hög bandbredd motsvarar kort stigtid.
- Hög resonanstopp motsvarar stor översläng.
- Den statiska förstärkningen är lika med stegsvarets slutvärde då insignalen är ett enhetssteg.

3. (a) De faktorer som i praktiken begränsar vilka prestanda ett regelsystem kan ges är: Begränsad styrsignal, Mätstörningar och Modellfel.
- (b) Reglersystemen i figur A och B uppvisar stationära reglerfel, medan C och D ej har detta. Regulator 1 och 4 inte har någon integralverkan. Stegsvaret A har bättre dämpning än stegsvaret B, medan stegsvaret C har bättre dämpning än stegsvaret D. Eftersom derivataverkan ger bättre dämpning, medan integralverkan tar bort stationära reglerfel, men försämrar dämpningen, får vi slutsatserna nedan.

Svar:(A-4), (B-1), (C-3), (D-2)

4. (a) Systemets poler ges av A -matrisens egenvärden, vilket ger

$$0 = \det(Is - A) = s^2 - 10 \iff s = \pm\sqrt{10}$$

Systemet är inte stabilt eftersom polen $s = 10 > 0$ ligger i höger halvplan.

- (b) Med

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix}$$

ges den karakteristiska ekvationen av

$$0 = \det(Is - A + BL) = \det\begin{pmatrix} s & -1 \\ -10+l_1 & s+l_2 \end{pmatrix} = s^2 + l_2s - 10 + l_1$$

som för poler i -1 för det återkopplade systemet önskas vara

$$0 = (s + 1)^2 = s^2 + 2s + 1$$

Identifiering av koefficienter ger

Svar:

$$L = \begin{pmatrix} 11 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (a) För att bestämma K_P studerar vi vid vilket ω som $\arg G_O(i\omega) = -150^\circ$ och det inträffar vid $\omega \approx 8$ rad/s. Vid denna vinkelfrekvens gäller att $|G(i \cdot 8)| \approx 0.3$. Det betyder att K_P som störst kan väljas så att

$$|G_O(i \cdot 8)| = K_P |G(i \cdot 8)| = 1$$

vilket ger

$$K_P = 1/0.3 \approx 3.3$$

Svar: K_P kan som högst väljas som $K_P = 3.3$ och det ger skärfrekvensen 8 rad/s.

- (b) Med förstärkningen $K_P = 2$ fås skärfrekvensen $\omega_c \approx 5.5$ rad/s, d v s

$$2 |G(i5.5)| = 1$$

Figuren ger att

$$\arg G(i5.5) \approx -130^\circ = -2.26 \text{ rad}$$

d v s utan tidsfördröjningen har regelsystemet fasmarginalen 50° d v s $\pi - 2.26 = 0.88$ radianer. Tidsfördröjningen försämrar fasmarginalen med $\omega_c T$ radianer, och för att regelsystemet ska vara stabilt krävs

$$\omega_c T < 0.88$$

d v s

$$T < 0.88/\omega_c = 0.88/5.5 \approx 0.15$$

Svar: Tidsfördröjningen får ej vara större än 0.15 sekunder.